

1 k, x, y は正の整数とする。三角形の 3 辺の長さが $\frac{k}{x}, \frac{k}{y}, \frac{1}{xy}$ で、周の長さが $\frac{25}{16}$ である。 k, x, y を求めよ。

2 $r > 0$ とし、 $\alpha = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ とおく。任意の角 θ に対し、複素数平面上で点 $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ と実軸との距離は 2 以下である。 r のとりうる範囲を求めよ。

3 a, b, c は 0 以上の実数とする。3 点 $A(a, 0), B(0, b), C(1, c)$ は、 $\angle ABC = 30^\circ, \angle BAC = 60^\circ$ をみたす。

(1) c を求めよ。

(2) AB の長さの最大値と最小値を求めよ。

4 原点が z 軸上にあり、底面が xy 平面上の原点を中心とする円である円すいがある。この円すいの側面が、原点を中心とする半径 1 の球に接している。

(1) 円すいの表面積の最小値を求めよ。

(2) 円すいの体積の最小値を求めよ。

5 最初の試行で 3 枚の硬貨を同時に投げ、裏が出た硬貨を取り除く。次の試行で残った硬貨を同時に投げ、裏が出た硬貨を取り除く。以下この試行をすべての硬貨が取り除かれるまで繰り返す。

(1) 試行が 1 回目で終了する確率 q_1 、および 2 回目で終了する確率 p_2 を求めよ。

(2) 試行が n 回以上行われる確率 q_n を求めよ。