$\boxed{\textbf{1}}$ $a,\ b$ は正の実数とする。絶対値が 1 以下の任意の複素数 z に対して $z^2+az+b\neq 0$ となるための a, b の条件を求めよ。また，この条件をみたす点 (a,b) の範囲を図示せよ。

$\boxed{\textbf{2}}$ 空間内に定点 $A(1,1,1)$ がある。xy 平面上に原点を中心とする半径 1 の円があり，点 P, Q はこの円周上を PQ が直径となるように動く。

(1) $\angle PAQ$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) $\triangle PAQ$ の面積の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{\textbf{3}}$

(1) 2 以上の整数 n に対し

$$\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 4\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{(n-1)\cdot n\cdot(n+1)}$$

を求めよ。

(2) 任意の正の整数 n に対し

$$\frac{1}{1^3}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{n^3}<\frac{5}{4}$$

が成り立つことを示せ。

$\boxed{\mathbf{4}}$ a は正の定数とする。点 (x, y) は条件 $a\,|\,x\,|+|\,y\,| \leqq a$ をみたす。

(1) $y-(x+1)^2$ の最小値を求めよ。

(2) $y-(x+1)^2$ の最大値を求めよ。

$\boxed{\mathbf{5}}$ $a,\, b$ は実数とする。関数 $f(x)=ax+b$ は，条件

$$f(0) \leqq 0 \leqq f(1), \quad \int_0^1 |f(x)|\,dx = 1$$

をみたす。

(1) $\displaystyle\int_0^1 \left(x-\frac{1}{2}\right) f(x)\,dx$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) $\left|\displaystyle\int_0^{\frac{3}{4}} xf(x)\,dx\right|$ の最大値と最小値を求めよ。