

1

- (1) $p, 2p+1, 4p+1$ がいずれも素数であるような p をすべて求めよ。
- (2) $q, 2q+1, 4q-1, 6q-1, 8q+1$ がいずれも素数であるような q をすべて求めよ。

2

- (1) 次式をともにみたす複素数 α, β をすべて求めよ.

$$|\alpha| = |\beta| = 1, \quad \alpha - \beta = \frac{\alpha}{\beta}$$

- (2) 次式をともにみたす複素数 z, w をすべて求めよ.

$$|z| = |w| = 1, \quad z^2 + w^2 = z + w$$

3

P は x 軸上の点で x 座標が正であり, Q は y 軸上の点で y 座標が正である. 直線 PQ は原点 O を中心とする半径 1 の円に接している. また, a, b は正の定数とする. P, Q を動かすとき, $a \cdot OP^2 + b \cdot OQ^2$ の最小値を a, b で表せ.

- 4 定数 a に対して、次の 2 つの方程式が表す曲線をそれぞれ C_1, C_2 とする。

$$y = ax^3 - 2x^2 + 3, \quad y = x^3 + ax^2 - 4x$$

C_1 と C_2 がちょうど 2 点を共有するような a をすべて求めよ。

- 5 n を 2 以上の整数とする。最初、A さんは白玉だけを n 個持ち、B さんは赤玉を 1 個と白玉を $n - 1$ 個持つ。

A さんと B さんは、次の順で 1 回分の玉のやりとりを行う。ただし、(i) と (ii) を合わせて 1 回とする。

(i) A さんは、B さんの持っている n 個の玉の中から無作為に 1 個を取り出し、自分の持ち玉に加える。

(ii) 次に、B さんは、A さんの持っている $n + 1$ 個の玉の中から無作為に 1 個を取り出し、自分の持ち玉に加える。

k を 1 以上の整数とする。上のやりとりを k 回繰り返したとき、A さんが赤玉を持っている確率を p_k とする。

(1) p_2 を n で表せ。

(2) p_k を n と k で表せ。