

1 正の整数 n に対して, $n = k + 2l$ をみたすような 0 以上の整数の組 (k, l) の個数を a_n とする. また, $n = p + 2q + 3r$ をみたすような 0 以上の整数の組 (p, q, r) の個数を b_n とする.

- (1) a_n を n で表せ.
- (2) n が 6 の倍数のとき, b_n を n で表せ.

2

- (1) k を定数とする. $x \geq 0$ ならば常に $4x^3 + 1 \geq kx$ となるような k の値の範囲を求めよ.
- (2) $x \geq 0, y \geq 0$ のとき, $\frac{4(x^3 + y^3) + 5}{x + y + 1}$ の最小値とそのときの x, y の値を求めよ.

3 点 O を中心とする円に四角形 $ABCD$ が内接していて, 次をみたす.

$$AB = 1, BC = CD = \sqrt{6}, DA = 2$$

- (1) AC を求めよ.
- (2) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AD}$ および $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ.
- (3) $\overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AC} + y\overrightarrow{AD}$ となる x, y の値を求めよ.

- 4 a を定数とする. 関数 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ を次のように定める.

$$f(x) = 1 - x, \quad g(x) = |x|, \quad h(x) = \int_0^x \{f(t) - g(t - a)\} dt$$

- (1) $a = \frac{1}{2}$ のとき, $x \geq 0$ における関数 $y = h(x)$ のグラフをかけ.
(2) $x \geq 0$ における $h(x)$ の最大値を a で表せ.

- 5 n を 2 以上の整数, k を 3 以上の整数とする. 1 から n までの番号がそれぞれ書かれた n 枚のカードがある. これらのカードから 1 枚を選び元に返すという試行を k 回行う.

- (1) 1 回目の試行で選ばれたカードが, 2 回目から k 回目までの試行のなかで 2 回以上は選ばれない確率を n と k で表せ.
(2) $k = 3, 4$ のとき, どのような n に対しても (1) で求めた確率は $\frac{1}{2}$ 以上であることを示せ.
(3) $k \geq 5$ のとき, ある n に対しては (1) で求めた確率が $\frac{1}{2}$ よりも小さいことを示せ.