

1 k を正の整数とする。 $n^2 - 2kn + 1 < 0$ をみたす整数 n が、ちょうど 1 個であるような k をすべて求めよ。

2 3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ は異なる 3 つの解 p, q, r をもつ。さらに、 $2p^2 - 1, 2q - 1, 2r - 1$ も同じ方程式の異なる 3 つの解である。 a, b, c, p, q, r の組をすべて求めよ。

3 a を正の実数とする。点 (x, y) が、不等式 $x^2 \leq y \leq x$ の定める領域を動くとき、常に $\frac{1}{2} \leq (x - a)^2 + y \leq 2$ となる。 a の値の範囲を求めよ。

4 正四面体 $OABC$ の 1 辺の長さを 1 とする。辺 OA を $2:1$ に内分する点を P , 辺 OB を $1:2$ に内分する点を Q とし, $0 < t < 1$ をみたす t に対して, 辺 OC を $t:1-t$ に内分する点を R とする。

- (1) PQ の長さを求めよ。
- (2) $\triangle PQR$ の面積が最小となるときの t の値を求めよ。

5 n を 3 以上の整数とする。 $2n$ 枚のカードがあり, そのうち赤いカードの枚数は 6, 白いカードの枚数は $2n - 6$ である。これら $2n$ 枚のカードを, 箱 A と箱 B に n 枚ずつ無作為に入れる。2 つの箱の少なくとも一方に赤いカードがちょうど k 枚入っている確率を p_k とする。

- (1) p_2 を n の式で表せ。さらに, p_2 を最大にする n をすべて求めよ。
- (2) $p_1 + p_2 < p_0 + p_3$ をみたす n をすべて求めよ。