$\boxed{\mathbf{1}}$ $f(x)=x(4-x)$ とする．$0 \leqq a_1 \leqq 4$ に対して，$a_2=f(a_1)$，$a_3=f(a_2)$ と定める．

(1) $a_1 \neq a_2$，$a_1=a_3$ となるときの a_1 の値をすべて求めよ．

(2) $0 \leqq a_3 \leqq \dfrac{20}{9}$ となるような a_1 の値の範囲を求めよ．

$\boxed{\mathbf{2}}$ 実数 x に対して，$n \leqq x < n+1$ をみたす整数 n を $[x]$ と表す．

(1) $\dfrac{1}{2}([\,x\,]-[\,y\,])$ が整数となる点 (x,y) の全体からなる領域を，xy 平面上に図示せよ．

(2) $\dfrac{1}{2}\left(\left[\,\dfrac{x}{2}\,\right]+\left[\,\dfrac{y}{3}\,\right]\right)$ が整数となる点 (x,y) の全体からなる領域を，xy 平面上に図示せよ．

$\boxed{\mathbf{3}}$ a を 0 でない実数とする．関数 $f(x)=2x^3-9ax^2+12a^2x$ は $x=p$ で極大値をとるとする．

(1) a が動くとき，点 $(p,f(p))$ の全体からなる領域を xy 平面上に図示せよ．

(2) a が動き，r が $r \geqq p$ という条件の下で動くとき，点 $(r,f(r))$ の全体からなる領域を xy 平面上に図示せよ．

4 a を正の定数とし，2 つの放物線 $y = ax^2$，$y = -2x^2$ をそれぞれ C_1，C_2 とする．負の実数 t に対して，点 $P(0\,,t)$ を通る傾きが正の直線 l が，C_1 と点 Q で接している．l と C_2 の 2 つの共有点のうち，x 座標が正のものを R とする．

(1) Q および R の座標を求めよ．

(2) 線分 QR が $\angle POQ$ を 2 等分するときの t の値を求めよ．ただし，O は原点を表す．

5 赤い箱が 2 個と青い箱が 3 個ある．n 枚のカードを 1 枚ずつ無作為にこれら 5 個の箱のどれかに入れていく．カードが少なくとも 1 枚入っている赤い箱の個数を X とし，カードが少なくとも 1 枚入っている青い箱の個数を Y とする．

(1) $X > 0$ かつ $Y > 0$ となる確率を求めよ．

(2) $X > Y$ となる確率を求めよ．