$\boxed{\mathbf{1}}$ 2 以上の整数 m，n は $m^3+1^3=n^3+10^3$ をみたす。m，n を求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$

(1) 任意の角 θ に対して，$-2 \leqq x\cos\theta + y\sin\theta \leqq y+1$ が成立するような点 (x,y) の全体からなる領域を xy 平面上に図示し，その面積を求めよ。

(2) 任意の角 α, β に対して，$-1 \leqq x^2\cos\alpha + y\sin\beta \leqq 1$ が成立するような点 (x,y) の全体からなる領域を xy 平面上に図示し，その面積を求めよ。

$\boxed{\mathbf{3}}$ p, q を実数とする。放物線 $y=x^2-2px+q$ が、中心 $(p,2q)$ で半径 1 の円と中心 (p,p) で半径 1 の円の両方と共有点をもつ。この放物線の頂点が存在しうる領域を xy 平面上に図示せよ。

4 一辺の長さが 2 の正三角形 ABC を平面上におく。△ABC を 1 つの辺に関して 180° 折り返すという操作を繰り返し行う。辺 BC に関する折り返しを T_A、辺 CA に関する折り返しを T_B、辺 AB に関する折り返しを T_C とする。△ABC は、最初 3 点 A、B、C がそれぞれ平面上の 3 点 O、B$'$、C$'$ の上に置かれているとする。

(1) T_A, T_C, T_B, T_C, T_A の順に折り返し操作を施したときの頂点 A の移り先を P とする。また、$T_A, T_C, T_B, T_A, T_C, T_B, T_A$ の順に折り返し操作を施したときの頂点 A の移り先を Q とする。$\theta = \angle POQ$ とするとき、$\cos\theta$ の値を求めよ。

(2) 整数 $k,\ \ell$ に対して，$\overrightarrow{OR} = 3k\overrightarrow{OB} + 3\ell\overrightarrow{OC}$ により定められる点 R は、T_A, T_B, T_C の折り返し操作を組み合わせることにより、点 A の移り先になることを示せ。

5 X, Y, Z と書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつある。この中から 1 枚のカードが選ばれたとき、xy 平面上の点 P を次の規則にしたがって移動する。・X のカードが選ばれたとき、P を x 軸の正の方向に 1 だけ移動する。・Y のカードが選ばれたとき、P を y 軸の正の方向に 1 だけ移動する。・Z のカードが選ばれたとき、P は移動せずそのままの位置にとどまる。

(1) n を正の整数とする。最初、点 P を原点の位置におく。X のカードと Y のカードの 2 枚から無作為に 1 枚を選び、P を、上の規則にしたがって移動するという試行を n 回繰り返す。

(i) n 回の試行の後に P が到達可能な点の個数を求めよ。

(ii) P が到達する確率が最大の点をすべて求めよ。

(2) n を正の 3 の倍数とする。最初、点 P を原点の位置におく。X のカード、Y のカード、Z のカードの 3 枚のカードから無作為に 1 枚を選び、P を、上の規則にしたがって移動するという試行を n 回繰り返す。

(i) n 回の試行の後に P が到達可能な点の個数を求めよ。

(ii) P が到達する確率が最大の点をすべて求めよ。