$\boxed{\mathbf{1}}$ $3p^3 - p^2q - pq^2 + 3q^3 = 2013$ を満たす正の整数 p, q の組をすべて求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 平面上の 4 点 O, A, B, C が

$$OA = 4, \quad OB = 3, \quad OC = 2, \quad \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 3$$

を満たすとき，$\triangle ABC$ の面積の最大値を求めよ。

$\boxed{\mathbf{3}}$ 原点を O とする xy 平面上に，放物線 $C : y = 1 - x^2$ がある。C 上に 2 点 $P(p\,,\,1-p^2)$, $Q(q\,,\,1-q^2)$ を $p < q$ となるようにとる。

(1) 2 つの線分 OP, OQ と放物線 C で囲まれた部分の面積 S を，p と q の式で表せ。

(2) $q = p + 1$ であるとき S の最小値を求めよ。

(3) $pq = -1$ であるとき S の最小値を求めよ。

$\boxed{\mathbf{4}}$ t を正の定数とする。原点を O とする空間内に，2 点 $A(2t, 2t, 0)$，$B(0, 0, t)$ がある。また動点 P は

$$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=3$$

を満たすように動く。OP の最大値が 3 となるような t の値を求めよ。

$\boxed{\mathbf{5}}$ サイコロを n 回投げ，k 回目に出た目を a_k とする。また，s_n を

$$s_n=\sum_{k=1}^{n}10^{n-k}a_k \quad \text{で定める。}$$

(1) s_n が 4 で割り切れる確率を求めよ。

(2) s_n が 6 で割り切れる確率を求めよ。

(3) s_n が 7 で割り切れる確率を求めよ。