

1 $a - b - 8$ と $b - c - 8$ が素数となるような素数の組 (a, b, c) をすべて求めよ。

2 $0 < t < 1$ とし、放物線 $C : y = x^2$ 上の点 (t, t^2) における接線を l とする。 C と l と x 軸で囲まれる部分の面積を S_1 とし、 C と l と直線 $x = 1$ で囲まれる部分の面積を S_2 とする。 $S_1 + S_2$ の最小値を求めよ。

3 円 $C : x^2 + y^2 = 1$ 上の点 P における接線を l とする。点 $(1, 0)$ を通り l と平行な直線を m とする。直線 m と円 C の $(1, 0)$ 以外の共有点を P' とする。ただし、 m が直線 $x = 1$ のときは P' を $(1, 0)$ とする。円 C 上の点 $P(s, t)$ から点 $P'(s', t')$ を得る上記の操作を T と呼ぶ。

- (1) s', t' をそれぞれ s と t の多項式として表せ。
- (2) 点 P に操作 T を n 回繰り返して得られる点を P_n とおく。 P が $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ のとき、 P_1, P_2, P_3 を図示せよ。
- (3) 正の整数 n について、 $P_n = P$ となるような点 P の個数を求めよ。

4 半径 1 の球が直円錐に内接している。この直円錐の底面の半径を r とし、表面積を S とする。

(1) S を r を用いて表せ。

(2) S の最小値を求めよ。

5 数直線上の点 P を次の規則で移動させる。一枚の硬貨を投げて、表が出れば P を $+1$ だけ移動させ、裏が出れば P を原点に関して対称な点に移動させる。 P は初め原点にあるとし、硬貨を n 回投げた後の P の座標を a_n とする。

(1) $a_3 = 0$ となる確率を求めよ。

(2) $a_4 = 1$ となる確率を求めよ。

(3) $n \geq 3$ のとき、 $a_n = n - 3$ となる確率を n を用いて表せ。