

1 m を整数とする. 3 次方程式 $x^3 + mx^2 + (m+8)x + 1 = 0$ は有理数の解 α を持つ.

(1) α は整数であることを示せ.

(2) m を求めよ.

2 すべての辺の長さが 1 で, 底面が正五角形の五角錐を K とする.

(1) $\cos 72^\circ + \cos 108^\circ = 0$ であることを用いて, $\cos 36^\circ$ を求めよ.

(2) 五角錐 K の底面積を求めよ.

(3) 五角錐 K の体積を求めよ.

3 点 $P(a, b)$ から曲線 $y = x^3 - x$ に対し, 傾きが 2 以下の接線が 3 本引ける. このような点 P の存在範囲を S とする.

(1) S を図示せよ.

(2) S の面積を求めよ.

4 n 個の箱に k 個の玉を無作為に入れる. ただし $n \geq 3$, $k \geq 3$ である.

- (1) 玉の入っている箱がちょうど 2 個である確率 p を n と k で表せ.
- (2) 玉の入っている箱がちょうど 3 個である確率 q を n と k で表せ.
- (3) 上で求めた p , q について, $p \geq q$ となる n , k の組をすべて求めよ.

5 次の [I], [II] のいずれか一方を選択して解答せよ. なお、解答用紙の所定の欄にどちらを選択したかを記入すること。

[I]

- (1) $0 \leq x \leq y$ とする.

$$\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$$

の大小を比較せよ.

- (2) a, b, c を実数とする.

$$\frac{|a-c|}{1+|a-c|} \leq \frac{|a-b|}{1+|a-b|} + \frac{|b-c|}{1+|b-c|}$$

の大小を比較せよ.

[II]

- (1) $x = (\sqrt{3})^n$ を満たす実数 x は存在しないことを示せ.
- (2) $a_1 = 1$, $a_{n+1} = (\sqrt{3})^{a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ は収束しないことを示せ.