1 正の整数 n の各位の数の和を $S(n)$ で表す。たとえば

$$S(3) = 3, \quad S(10) = 1 + 0 = 1, \quad S(516) = 5 + 1 + 6 = 12$$

である。

(1) $n \geqq 10000$ のとき，不等式 $n > 30S(n) + 2018$ を示せ。

(2) $n = 30S(n) + 2018$ を満たす n を求めよ。

2 $-1 \leqq t \leqq 1$ とし，曲線 $y = \dfrac{x^2 - 1}{2}$ 上の点 $\left(t, \dfrac{t^2 - 1}{2}\right)$ における接線を l とする。半円 $x^2 + y^2 = 1$ $(y \leqq 0)$ と l で囲まれた部分の面積を S とする。S のとりうる値の範囲を求めよ。

3 3 個のさいころを投げる。

(1) 出た目の積が 6 となる確率を求めよ。

(2) 出た目の積が k となる確率が $\dfrac{1}{36}$ であるような k をすべて求めよ。

$\boxed{\mathbf{4}}$ p, q を正の実数とする。原点を O とする座標空間内の 3 点 $P(p, 0, 0)$, $Q(0, q, 0)$, $R(0, 0, 1)$ は $\angle PRQ = \dfrac{\pi}{6}$ を満たす。四面体 $OPQR$ の体積の最大値を求めよ。

$\boxed{\mathbf{5}}$ a を実数とし，$f(x) = x - x^3$, $g(x) = a(x - x^2)$ とする。2 つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ は $0 < x < 1$ の範囲に共有点を持つ。

(1) a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた 2 つの部分の面積が等しくなるような a の値を求めよ。