$\boxed{\mathbf{1}}$ $2^a3^b + 2^c3^d = 2022$ を満たす 0 以上の整数 a, b, c, d の組を求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。座標平面上の 3 点 $\mathrm{O}(0, 0)$, $\mathrm{P}(\cos\theta\,, \sin\theta)$, $\mathrm{Q}(1\,, 3\sin 2\theta)$ が三角形をなすとき，$\triangle OPQ$ の面積の最大値を求めよ。

$\boxed{\mathbf{3}}$ 次の問いに答えよ。

(1) 実数 x, y について，「$|x - y| \leqq x + y$」であることの必要十分条件は「$x \geqq 0$ かつ $y \geqq 0$」であることを示せ。

(2) 次の不等式で定まる xy 平面上の領域を図示せよ。

$$|1 + y - 2x^2 - y^2| \leqq 1 - y - y^2$$

4 t を実数とし，座標空間に点 A $(t-1, t, t+1)$ をとる。また，$(0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 1), (0, 1, 1)$, $(1, 1, 1)$ を頂点とする立方体 D とする。点 P が D の内部およびすべての面上を動くとき，線分 AP の動く範囲を W とし，W の体積を $f(t)$ とする。

(1) $f(-1)$ を求めよ。

(2) $f(t)$ のグラフを描き，$f(t)$ の最小値を求めよ。

5 中身の見えない 2 つの箱があり，1 つの箱には赤玉 2 つと白玉 1 つが入っており，もう 1 つの箱には赤玉 1 つと白玉 2 つが入っている。どちらかの箱を選び，選んだ箱の中から玉を 1 つ取り出して元に戻す，という操作を繰り返す。

(1) 1 回目は箱を無作為に選び，2 回目以降は，前回取り出した玉が赤玉なら前回と同じ箱，前回取り出した玉が白玉なら前回とは異なる箱を選ぶ。n 回目に赤玉を取り出す確率 p_n を求めよ。

(2) 1 回目は箱を無作為に選び，2 回目以降は，前回取り出した玉が赤玉なら前回と同じ箱，前回取り出した玉が白玉なら箱を無作為に選ぶ。n 回目に赤玉を取り出す確率 q_n を求めよ。