

1 $\log_y(6x + y) = x$ を満たす正の整数 x, y の組を求めよ。

2 原点を O とする座標空間に 3 点 $A(1, -1, 1)$, $B(1, 2, 4)$, $C(-1, 2, -1)$ がある. 点 A を通り OB と平行な直線を l とする. 点 Q は l 上の任意の点 P に対して $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 0$ を満たす. CQ が最小となるときの Q の座標を求めよ.

3 x, y を実数とするととき

$$\min(x - y^2, y - x^2)$$

の最大値を求めよ. ただし, 実数 a, b に対して, $a \leq b$ のとき $\min(a, b) = a$, $a \geq b$ のとき $\min(a, b) = b$ とする。

- 4 大小2つのさいころを同時に投げる試行を n 回行う. k 回目の試行で出た. 大きいさいころの目を a_k 、小さいさいころの目を b_k とし, x_k, y_k を

$$\begin{cases} a_k = 1, 2 \text{ のとき } x_k = 1 \\ a_k = 3, 4 \text{ のとき } x_k = 0 \\ a_k = 5, 6 \text{ のとき } x_k = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} b_k = 1, 2, 3 \text{ のとき } y_k = 1 \\ b_k = 4, 5, 6 \text{ のとき } y_k = -1 \end{cases}$$

で定める. このとき, $A_n = \sum_{k=1}^n x_k y_k$ の値が α となる確率を $P(A_n = \alpha)$ で表す.

- (1) $P(A_3 = 0)$ を求めよ.
 (2) $n \geq 2$ のとき $P(A_n = n), P(A_n = n - 1), P(A_n = n - 2)$ をそれぞれ求めよ.

- 5 次の [I], [II] のいずれか一方を選択して解答せよ. なお, 解答用紙の所定の欄にどちらを選択したかを記入すること.

[I]

t を実数とする. 直線 $x = t$ に関して曲線 $C_1 : y = x^3 - 2x^2 - 4x$ と対称な曲線を C_2 とする.

- (1) C_1 と C_2 が共有点をちょうど 3 個持つときの t の範囲を求めよ.
 (2) t が (1) の範囲を動くとき, C_1 と C_2 で画まれた 2 つの部分の面積の和を $S(t)$ とする. $S(t)$ の最大値を求めよ.

[II]

$x > 0$ に対して

$$(1+x)^{\frac{1}{x}} < e < (1+x)^{\frac{1}{x}+1}$$

が成り立つことを示せ.