

1

$$\sum_{k=1}^m k(n-2k) = 2024$$

を満たす正の整数の組 (m, n) を求めよ。

2

a, b を実数とする。曲線 $C : y = x^2$ と曲線 $C' : y = -x^2 + ax + b$ はある点を共有しており、その点におけるそれぞれの接線は直交している。 C と C' で囲まれた部分の面積の最小値を求めよ。

3

$f(x)$ は x に関する 4 次多項式で 4 次の係数は 1 である。 $f(x)$ は $(x+1)^2$ で割ると 1 余り、 $(x-1)^2$ で割ると 2 余る。 $f(x)$ を求めよ。

4 実数 a, b は $-1 < a < 1, -1 < b < 1$ を満たす。座標空間内に 4 点 $A(a, -1, -1), B(-1, b, -1), C(-a, 1, 1), D(1, -b, 1)$ をとる。

(1) A, B, C, D がひし形の頂点となるとき、 a と b の関係を表す等式を求めよ。

(2) a, b が (1) の等式を満たすとき、 A, B, C, D を頂点とする四角形の面積の最小値を求めよ。

5 n を 3 以上の奇数とする。円に内接する正 n 角形の頂点から無作為に相異なる 3 点を選んだとき、その 3 点を頂点とする三角形の内部に円の中心が含まれる確率 p_n を求めよ。