

1 $m > 0, n > 0, 0 < r < 1$ とする。 $\triangle OAB$ の辺 OA を $m : n$ に内分する点を P 、辺 OB を $n : m$ に内分する点を Q とする。また、線分 AQ を $1 : r$ に外分する点を S 、線分 BP を $1 : r$ に外分する点を T とする。

(1) $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ とするとき、 $\overrightarrow{OS}$ を $\mathbf{a}, \mathbf{b}, m, n, r$ で表せ。

(2) 3 点 Q, S, T が一直線上にあるとき、 r を m, n で表せ。

2 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ で定義された関数

$$f(\theta) = 4 \cos 2\theta \sin \theta + 3\sqrt{2} \cos 2\theta - 4 \sin \theta$$

を考える。

(1) $t = \sin \theta$ とおく。 $f(\theta)$ を t で表せ。

(2) $f(\theta)$ の最大値と最小値、およびそのときの θ の値を求めよ。

3 xy 平面上に 3 点 $A(a, b)$, $B(a+3, b)$, $C(a+1, b+2)$ がある。不等式 $y \geq x^2$ の表す領域を D 、不等式 $y \geq x$ の表す領域を E とする。

- (1) 点 C が領域 D に含まれ、点 A と点 B が領域 E に含まれるような a , b の条件を不等式で表せ。
- (2) (1) で求めた条件を満たす点 (a, b) の領域 F を ab 平面上に図示せよ。
- (3) (2) で求めた領域 F の面積を求めよ。

4 A と B の 2 チームが試合を行い、どちらかが先に k 勝するまで試合を繰り返す。各試合で A が勝つ確率を p 、 B が勝つ確率を q とし、 $p + q = 1$ とする。 A が B より先に k 勝する確率を P_k とおく。

- (1) P_1 を p と q で表せ。
- (2) P_2 を p と q で表せ。
- (3) $\frac{1}{2} < q < 1$ のとき、 $P_2 < P_1$ であることを示せ。