

- 1** k は実数, a, b, c, d は $ad - bc = 1$ を満たす実数とする。行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

の表す移動は以下の 3 条件を満たすとする。

- (4) 直線 $y = x$ 上の点は直線 $y = x$ 上の点に移る。
- (5) 直線 $y = x$ 上の点は直線 $y = -x$ 上の点に移る。
- (6) x 軸上の点は直線 $y = -x$ 上の点に移る。

- (1) k のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) A を k で表せ。

- 2** $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ で定義された関数

$$f(\theta) = 4 \cos 2\theta \sin \theta + 3\sqrt{2} \cos 2\theta - 4 \sin \theta$$

を考える。

- (1) $x = \sin \theta$ とおくとき, $f(\theta)$ を x で表せ。
- (2) $f(\theta)$ の最大値と最小値, およびそのときの θ の値を求めよ。
- (3) 方程式 $f(\theta) = k$ が相異なる 3 つの解をもつような実数 k の値の範囲を求めよ。

- 3** 次の問に答えよ。

- (1) $x \geq 0$ のとき, $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x \leq x$ を示せ。
- (2) $x \geq 0$ のとき, $\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{30} \leq \sin x - x \cos x \leq \frac{x^3}{3}$ を示せ。
- (3) 極限值

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^2}$$

を求めよ。

4 実数 a, b に対して, $f(x) = x^2 - 2ax + b$, $g(x) = x^2 - 2bx + a$ とおく。

- (1) $a \neq b$ のとき, $f(a) = g(a)$ を満たす実数 c を求めよ。
- (2) (1) で求めた c について, a, b が条件 $a < c < b$ を満たすとする。このとき, 連立不等式

$$f(x) < 0 \quad \text{かつ} \quad g(x) < 0$$

が解をもつための必要十分条件を a, b を用いて表せ。

- (3) 一般に $a < b$ のとき, 連立不等式

$$f(x) < 0 \quad \text{かつ} \quad g(x) < 0$$

が解をもつための必要十分条件を求め, その条件を満たす点 (a, b) の範囲を ab 平面上に図示せよ。

5 A と B の 2 チームが試合を行い, どちらかが先に k 勝するまで試合をくり返す。各試合で A が勝つ確率を p , B が勝つ確率を q とし, $p + q = 1$ とする。 A が B より先に k 勝する確率を P_k とおく。

- (1) P_2 を p と q で表せ。
- (2) P_2 を p と q で表せ。
- (3) P_3 を p と q で表せ。
- (4) $\frac{1}{2} < q < 1$ のとき, $P_3 > P_4$ であることを示せ。