

- 1** a と b を正の実数とする。 $y = a \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) のグラフを C_1 、 $y = b \sin x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) のグラフを C_2 とし、 C_1 と C_2 の交点を P とする。

- (1) P の x 座標を t とする。このとき、 $\sin t$ および $\cos t$ を a と b で表せ。
- (2) C_1, C_2 と y 軸で囲まれた領域の面積 S を a と b で表せ。
- (3) C_1, C_2 と直線 $x = \frac{\pi}{2}$ で囲まれた領域の面積を T とする。このとき、 $T = 2S$ となるための条件を a と b で表せ。

- 2** 座標平面上で、直線 $y = x$ に関する対称移動を f とし、実数 c に対して、直線 $y = cx$ に関する対称移動を g とする。また、原点を中心とする 120° の回転移動を h とする。

- (1) f を表す行列、および h を表す行列を求めよ。
- (2) g を表す行列を求めよ。
- (3) 合成変換 $f \circ g$ が h になるように c の値を定めよ。

- 3** 実数 x, y, s, t に対し、 $z = x + yi, w = s + ti$ とおいたとき、

$$z = \frac{w-1}{w+1}$$

をみたすとする。ただし、 i は虚数単位である。

- (1) w を z で表し、 s, t を x, y で表せ。
- (2) $0 \leq s \leq 1$ かつ $0 \leq t \leq 1$ となるような (x, y) の範囲 D を座標平面上に図示せよ。
- (3) 点 $P(x, y)$ が D を動いたとき、 $-5x + y$ の最小値を求めよ。

4 次の規則に従って座標平面を動く点 P がある。2 個のサイコロを同時に投げて出た目の積を X とする。

- (i) X が 4 の倍数ならば、点 P は x 軸方向に -1 動く。
- (ii) X を 4 で割った余りが 1 ならば、点 P は y 軸方向に -1 動く。
- (iii) X を 4 で割った余りが 2 ならば、点 P は x 軸方向に $+1$ 動く。
- (iv) X を 4 で割った余りが 3 ならば、点 P は y 軸方向に $+1$ 動く。

たとえば、2 と 5 が出た場合には $2 \times 5 = 10$ を 4 で割った余りが 2 であるから、点 P は x 軸方向に $+1$ 動く。

以下のいずれの問題でも、点 P は原点 $(0, 0)$ を出発点とする。

- (1) 2 個のサイコロを 1 回投げて、点 P が $(-1, 0)$ にある確率を求めよ。
- (2) 2 個のサイコロを 3 回投げて、点 P が $(2, 1)$ にある確率を求めよ。
- (3) 2 個のサイコロを 4 回投げて、点 P が $(1, 1)$ にある確率を求めよ。

5 区間 $-\infty < x < \infty$ で定義された連続関数 $f(x)$ に対して

$$F(x) = \int_0^{2x} t f(2x - t) dt$$

とおく。

- (1) $F\left(\frac{x}{2}\right) = \int_0^x (x - s) f(s) ds$ となることを示せ。
- (2) 2 次導関数 F'' を f で表せ。
- (3) F が 3 次多項式で $F(1) = f(1) = 1$ となるとき、 f と F を求めよ。