$\boxed{\mathbf{1}}$ $f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2$ とする。

(1) 関数 $f(x)$ の極大値と極小値、およびそのときの x を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ に 2 点 $(a, f(a))$ と $(b, f(b))$ $(a < b)$ で接する直線の方程式を求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 四面体 OABC は、OA = OB = OC = 1、∠ AOB = ∠ BOC = ∠ COA = 90° をみたす。辺 OA 上の点 P と辺 OB 上の点 Q を OP = p、OQ = q、$pq = \dfrac{1}{2}$ となるようにとる。p + q = t とし、△ CPQ の面積を S とする。

(1) t のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) S を t で表せ。

(3) S の最小値、およびそのときの p、q を求めよ。

$\boxed{\mathbf{3}}$ 逆行列をもつ 2 次の正方行列、$A_1, A_2, A_3, \cdots$ が、関係式

$$A_{n+1}A_n = A_n + 2E \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

をみたすとする。さらに $A_1 + E$ は逆行列をもつとする。ここで E は 2 次の単位行列とする。

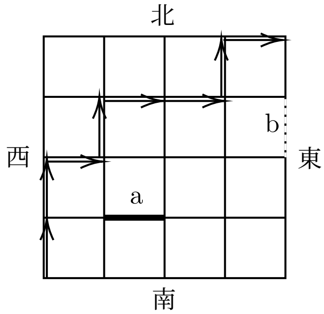
(1) すべての自然数 n に対して $A_n + E$ は逆行列をもち、

$$(A_{n+1} + E)^{-1} = \frac{1}{2}A_n(A_n + E)^{-1}$$

が成立することを示せ。

(2) $B_n = (2E - A_n)(A_n + E)^{-1}$ により、行列 B_n を定める。B_{n+1} と B_n との間に成立する関係式を求め、B_n を B_1 と n を用いて表せ。

$\boxed{\mathbf{4}}$ 図のような格子状の道路がある。S 地点を出発して、東または北に進んで G 地点に到達する経路を考える。ただし太い実線で描かれた区間 a を通り抜けるのに 1 分、点線で描かれた区間 b を通り抜けるのに 8 分、それ以外の各区間を通り抜けるのに 2 分かかるものとする。たとえば、図の矢印に沿った経路では S を出発し G に到達するまでに 16 分かかる。



(1) a を通り抜ける経路は何通りあるか。

(2) a を通り抜けずに b を通り抜ける経路は何通りあるか。

(3) すべての経路から任意に 1 つ選んだとき、S 地点から G 地点に到達するのにかかる時間の期待値を求めよ。

$\boxed{\mathbf{5}}$ $f(x) = \displaystyle\int_x^{x+\frac{\pi}{3}} |\sin\theta| d\theta$ とおく。

(1) $f'(x)$ を求めよ。

(2) $0 \leqq x \leqq \pi$ における $f(x)$ の最大値と最小値、およびそのときの x を求めよ。