1 p を素数とする。整数を係数とする n 次多項式 $f(x)$ $(n \geqq 1)$ で，以下の 3 条件を同時にみたしているものをすべて求めよ。

- x^n の係数は 1,
- $f(0) = p$,
- 方程式 $f(x) = 0$ の解は相異なる n 個の整数。

2 $f(x) = ax(1-x)$ に対し，$g(x) = f(f(x))$ とする。ここで a は正の実数とする。

(1) $g\left(\dfrac{1}{2}\right)$ を a の関数とみなす。その関数の最大値，およびそのときの a を求めよ。

(2) $0 \leqq x \leqq 1$ において，$g(x)$ が $x = \dfrac{1}{2}$ で最大値をとるような a の範囲を求めよ。

(3) a が (2) で求めた範囲を動くとき，$g\left(\dfrac{1}{2}\right)$ の値が最大となる a を求めよ。

$\boxed{\mathbf{3}}$

(1) 双曲線 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$ と直線 $y=ax+b$ が共有点を持つような (a,b) 全体からなる領域 E を ab 平面上に図示せよ。

(2) (1) の領域 E を (a,b) が動くとき，$(a-15)^2+b^2$ の最小値，および そのときの (a,b) を求めよ。

$\boxed{\mathbf{4}}$

(1) すべての正の実数 x に対して不等式

$$\frac{a}{x^2+1} \leqq \frac{1}{x}$$

が成立するような実数 a のうちで最大となるものを求めよ。

(2) 定積分

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+1}$$

を求めよ。

(3) 円周率 π と $\log 27$ の大小を判定せよ。ただし $\log x$ は x の自然対数とする。