$\boxed{\mathbf{1}}$

(30 点)

座標空間における次の 3 つの直線 l, m, n を考える：

l は点 $A(1, 0, -2)$ を通り，ベクトル $\vec{u} = (2, 1, -1)$ に平行な直線である．

m は点 $B(1, 2, -3)$ を通り，ベクトル $\vec{v} = (1, -1, 1)$ に平行な直線である．

n は点 $C(1, -1, 0)$ を通り，ベクトル $\vec{w} = (1, 2, 1)$ に平行な直線である．

P を l 上の点として，P から m, n へ下ろした垂線の足をそれぞれ Q, R とする．このとき，$PQ^2 + PR^2$ を最小にするような P と，そのときの $PQ^2 + PR^2$ を求めよ．

$\boxed{\mathbf{2}}$

(30 点)

2 つの粒子が時刻 0 において △ ABC の頂点 A に位置している．これらの粒子は独立に運動し，それぞれ 1 秒ごとに隣の頂点に等確率で移動していくとする．たとえば，ある時刻で点 C にいる粒子は，その 1 秒後には点 A または点 B にそれぞれ $\dfrac{1}{2}$ の確率で移動する．この 2 つの粒子が，時刻 0 の n 秒後に同じ点にいる確率 $p(n)$ を求めよ．

$\boxed{\mathbf{3}}$

(35 点)

△ ABC は，条件 $\angle B = 2\angle A$，BC $= 1$ を満たす三角形のうちで面積が最大のものであるとする．このとき，$\cos\angle B$ を求めよ．

$\boxed{\mathbf{4}}$

(35 点)

実数の定数 a, b に対して，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{ax+b}{x^2+x+1}$$

で定める．すべての実数 x で不等式

$$f(x) \leqq f(x)^3 - 2f(x)^2 + 2$$

が成り立つような点 (a, b) の範囲を図示せよ．

$\boxed{\mathbf{5}}$

(35 点)

自然数 a, b はどちらも 3 で割り切れないが，$a^3 + b^3$ は 81 で割り切れる．このような a, b の組 (a, b) のうち，$a^2 + b^2$ の値を最小にするものと，そのときの $a^2 + b^2$ の値を求めよ．

$\boxed{\mathbf{6}}$

(35 点)

双曲線 $y = \dfrac{1}{x}$ の第 1 象限にある部分と，原点 O を中心とする円の第 1 象限にある部分を，それぞれ C_1, C_2 とする．C_1 と C_2 は 2 つの異なる点 A, B で交わり，点 A における C_1 の接線 l と線分 OA のなす角は $\dfrac{\pi}{6}$ であるとする．このとき，C_1 と C_2 で囲まれる図形の面積を求めよ．

問題は，このページで終わりである。