

1

(30 点)

直線 $y = px + q$ が, $y = x^2 - x$ のグラフとは交わるが, $y = |x| + |x - 1| + 1$ のグラフとは交わらないような (p, q) の範囲を図示し, その面積を求めよ。

2

(30 点)

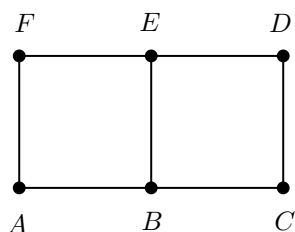
次の 2 つの条件を同時に満たす四角形のうち面積が最小のものの面積を求めよ。

- (a) 少なくとも 2 つの内角は 90° である。
- (b) 半径 1 の円が内接する。ただし, 円が四角形に内接するとは, 円が四角形の 4 つの辺すべてに接することをいう。

3

(30 点)

6 個の点 A、B、C、D、E、F が下図のように長さ 1 の線分で結ばれているとする。各線分をそれぞれ独立に確率 $\frac{1}{2}$ で赤または黒で塗る。赤く塗られた線分だけを通して点 A から点 E に至る経路がある場合はそのうちで最短のものの長さを X とする。そのような経路がない場合は X を 0 とする。このとき, $n = 0, 2, 4$ について, $X = n$ となる確率を求めよ。



4

(30 点)

xyz 空間の中で, $(0, 0, 1)$ を中心とする半径 1 の球面 S を考える. 点 Q が $(0, 0, 2)$ 以外の S 上の点を動くとき, 点 Q と点 $P(1, 0, 2)$ の 2 点を通る直線 l と平面 $z = 0$ との交点を R とおく. R の動く範囲を求め, 図示せよ.

5

(30 点)

a, b, c, d, e を正の有理数として整式

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad g(x) = dx + e$$

を考える. すべての正の整数 n に対して $\frac{f(n)}{g(n)}$ は整数であるとする. このとき, $f(x)$ は $g(x)$ で割り切れることを示せ.

問題は, このページで終わりである。