〔 **1** 〕 (配点 50 点)

2 つの関数 $f(x) = -px^2 + 2\,(p > 0)$，$g(x) = |x| - 2$ が与えられていて，放物線

$$y = f(x)$$

が 2 点 $(-3\sqrt{2}, 0)$，$(3\sqrt{2}, 0)$ を通るとする。

(1) p の値を求めよ。

(2) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の交点をすべて求めよ。

(3) (2) で求めた交点のうち，x 座標が最小となる点を $A(a, f(a))$ とする。このとき，点 A における $y = f(x)$ の接線 $y = h(x)$ を求めよ。また，この接線 $y = h(x)$ と $y = g(x)$ の，点 A とは異なる，交点 $B(b, g(b))$ を求めよ。

(4) 次の連立不等式の定める図形の面積を求めよ。

$$a \leqq x \leqq b, \quad y \leqq h(x), \quad y \geqq f(x), \quad y \geqq g(x)$$

〔 **2** 〕 (配点 50 点)

複素数平面上に複素数 $z = \cos\theta + i\sin\theta$ $(0^\circ < \theta < 180^\circ)$ をとり，$\alpha = z + 1$，$\beta = z - 1$ とおく。

(1) $|\beta| = 2\sin\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$ を示せ。

(2) $\arg\beta = \dfrac{\theta}{2} + 90^\circ$ を示せ。ただし，$0^\circ \leqq \arg\beta < 360^\circ$ とする。

(3) $\theta = 60^\circ$ とする。9 つの複素数 $\alpha^m\beta^n$ $(m, n = 1, 2, 3)$ の虚部の最小値を求め，その最小値を与える (m, n) のすべてを決定せよ。

〔 **3** 〕 (配点 50 点)

$0<\alpha<1$, $0<\beta<1$ とする．平行四辺形 $ABCD$ の辺 BC を $\alpha:1-\alpha$ に内分する点を P とし，辺 CD を $1-\beta:\beta$ に内分する点を Q とする．また，線分 QP と平行四辺形の対角線 AC の交点を R とする． $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}$ として次の問いに答えよ．

(1) ベクトル $\overrightarrow{AP}$ と $\overrightarrow{AQ}$ を $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ を用いて表せ．

(2) 長さの比 $\dfrac{QR}{RP}$ および $\dfrac{AR}{AC}$ を求めよ．

(3) $AB=2$, $AD=1$, $\angle DAB=60^\circ$ とするとき，$\triangle AQR$ の面積を求めよ．

〔 **4** 〕 (配点 50 点)

スイッチを入れると等確率で赤色または青色に輝く電球が横一列に 6 個並んでいる。これらの 6 個の電球のスイッチを同時に入れたあと，左から電球の色を見ていき，色の変化の回数を調べる.

(1) 赤青青青青青，赤赤青青青青青，...... のように左端が赤色で色の変化がちょうど 1 回起きる確率を求めよ.

(2) 色の変化が少なくとも 2 回起きる確率を求めよ.

(3) 色の変化がちょうど n 回 $(0 \leqq n \leqq 5)$ 起きる確率を求めよ.

(4) 色の変化の回数の期待値を求めよ.