問 題 紙

1 $10 \leqq k \leqq 1$ をみたす実数 k に対して，xy 平面上に次の連立不等式で表される 3 つの領域 D，E，F を考える．

D は連立不等式 $y \geqq x^2$，$y \leqq kx$ で表される領域

E は連立不等式 $y \leqq x^2$，$y \geqq kx$ で表される領域

F は連立不等式 $y \leqq -x^2+2x$，$y \geqq kx$ で表される領域

(1) 領域 $D \cup (E \cap F)$ の面積 $m(k)$ を求めよ．

(2) (1) で求めた面積 $m(k)$ を最小にする k の値と，その最小値を求めよ．

2 xy 平面上に点 $A(2\,,4)$ がある．平面上の直線 l に関して点 A と対称な点が x 軸上にあるとき，直線 l をピッタリ直線と呼ぶことにする．

(1) 点 $P(p\,,q)$ を通るピッタリ直線 l があるとし，l に関して A と対称な点を $A'(t, 0)$ とするとき，p, q, t の間に成り立つ関係式を求めよ．

(2) ピッタリ直線が 2 本通る点 $P(p, q)$ の存在範囲を求め，それを図示せよ．

(3) 点 $P(p\,,q)$ を通る 2 本のピッタリ直線が直交するような点 $P(p, q)$ の存在範囲を求め，それを図示せよ．

3 正六面体の各面に 1 つずつ，サイコロのように，1 から 6 までの整数がもれなく書かれていて，向かい合う面の数の和は 7 である．このような正六面体が底面の数字が 1 であるように机の上におかれている．この状態から始めて，次の試行を繰り返し行う．「現在の底面と隣り合う 4 面のうちの 1 つを新しい底面にする．」ただし，これらの 4 面の数字が a_1, a_2, a_3, a_4 のとき，それぞれの面が新しい底面となる確率の比は $a_1 : a_2 : a_3 : a_4$ とする．この試行を n 回繰り返した後，底面の数字が m である確率を $p_n(m) \quad (n \geqq 1)$ で表す．$q_n = p_n(1) + p_n(6) \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$ とおく．

(1) q_1, q_2 を求めよ．

(2) q_n を q_{n-1} で表し，q_n を求めよ．

(3) $p_n(1)$ を求めよ．