

問題紙

- 1 a, b, c を実数として, $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 2$ とする. 行列

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

と単位行列 E に対して, $A^4 + aA^3 + bA^2 + cA + 2E = O$ (ただし O は零行列) とする.

- (1) b, c を a を用いて表せ.
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ が少なくとも 1 つ正の解を持つとき, a のとりうる値の範囲を求めよ.

- 2 三角形 ABC で辺 AC を $s:1-s$ に内分する点を P , 辺 BC を $t:1-t$ に内分する点を Q , 線分 AQ と線分 BP の交点を R とする. このとき, $\triangle APR$ の面積 $= 2 \times (\triangle BQR$ の面積) が成り立っているとする.

- (1) s を t を用いて表せ.
- (2) 極限 $\lim_{t \rightarrow +0} \frac{s}{t}$ を求めよ. ただし, t が正の範囲で 0 に限りなく近づくとき, $t \rightarrow +0$ と表す.

- 3 曲線 $C: y = \log x$ 上の点 $P(a, \log a)$, 点 $Q(b, \log b)$ ($1 < a < b$) をとる.

点 P, Q から x 軸に下ろした 2 本の垂線と x 軸および曲線 C で囲まれた部分の面積を S とする.

点 P, Q から y 軸に下ろした 2 本の垂線と y 軸および曲線 C で囲まれた部分の面積を T とする.

このとき, $S = T$ となるように b がとれる a の値の範囲を求めよ.

- 4 (A) 次の問に答えよ.

- (1) $3x + 2y \leq 2008$ を満たす 0 以上の整数の組 (x, y) の個数を求めよ.
- (2) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} \leq 10$ を満たす 0 以上の整数の組 (x, y, z) の個数を求めよ.

(B) 袋 A の中に赤玉と白玉がそれぞれ 4 つ入っていることと, 袋 B の中に赤玉 3 つと白玉 2 つが入っていることが分かっている.

- (1) 袋 B から 2 つの玉を取り出すとき, 取り出される赤玉の個数の期待値を求めよ.
- (2) 袋 A から 3 つの玉を取り出し, そのあと袋 B から 2 つの玉を取り出す. その 5 つの玉のうち赤玉が 3 つである確率を求めよ.
- (3) 袋 A から 3 つの玉を取り出したあとで, 2 つの玉を袋 A から取り出すかあるいは 2 つの玉を袋 B から取り出すかのどちらかを選択できるとする. できるだけ多くの赤玉を取り出そうと選択したとき, 最終的に取り出される赤玉の個数の期待値を求めよ.