

問題紙

1 原点を中心とする半径 1 の円を C とし、 x 軸上に点 $P(a, 0)$ をとる。ただし $a > 1$ とする。 P から C へ引いた 2 本の接線の接点を結ぶ直線が x 軸と交わる点を Q とする。

- (1) Q の x 座標を求めよ。
- (2) 点 R が C 上にあるとき、 $\frac{PR}{QR}$ が R によらず一定であることを示し、その値を a を用いて表せ。
- (3) C 上の点 R が $\angle PRQ = 90^\circ$ をみたすとする。このような R の座標と線分 PR の長さを求めよ。

2 大小合わせて 2 個のサイコロがある。サイコロを投げると、1 から 6 までの整数の目が等しい確率で出るとする。

- (1) 2 個のサイコロを同時に投げる。出た目の差の絶対値について、その期待値を求めよ。
- (2) 2 個のサイコロを同時に投げ、出た目が異なるときはそこで終了する。出た目が同じときには小さいサイコロをもう一度だけ投げて終了する。終了時に出ている目の差の絶対値について、その期待値を求めよ。

3 実数 t に対して 2 点 $P(t, t^2)$, $Q(t+1, (t+1)^2)$ を考える。

- (1) 2 点 P , Q を通る直線 l の方程式を求めよ。
- (2) a は定数とし、直線 $x = a$ と l の交点の y 座標を t の関数と考えて $f(t)$ とおく。 t が $-1 \leq t \leq 0$ の範囲を動くときの $f(t)$ の最大値を a を用いて表せ。
- (3) t が $-1 \leq t \leq 0$ の範囲を動くとき、線分 PQ が通過してできる図形を図示し、その面積を求めよ。