

問 題 紙

1 座標平面上の円 $C: x^2 + (y-1)^2 = 1$ と、 x 軸上の 2 点 $P(-a, 0)$, $Q(b, 0)$ を考える。ただし、 $a > 0$, $b > 0$, $ab = 1$ とする。
点 P , Q のそれぞれから C に x 軸とは異なる接線を引き、その 2 つの接線の交点を R とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 直線 QR の方程式を求めよ。
- (2) R の座標を a , b で表せ。
- (3) R の y 座標が正であるとき、 $\triangle PQR$ の周の長さを T とする。 T を a , b で表せ。
- (4) 2 点 P , Q が、条件「 $PQ = 4$ であり、 R の y 座標は正である」を満たしながら動くとき、 T を最小とする a の値とそのときの T の値を求めよ。

2 数直線上にある 1, 2, 3, 4, 5 の 5 つの点と 1 つの石を考える。石がいずれかの点にあるとき、

石が点 1 にあるならば、確率 1 で点 2 に移動する

石が点 k ($k = 2, 3, 4$) にあるならば、確率 $\frac{1}{2}$ で点 $k-1$ に、確率 $\frac{1}{2}$ で点 $k+1$ に移動する

石が点 5 にあるならば、確率 1 で点 4 に移動する

という試行を行う。石が点 1 にある状態から始め、この試行を繰り返す。試行を n 回繰り返した後に、石が点 k ($k = 1, 2, 3, 4, 5$) にある確率を $P_n(k)$ とするとき、次の問に答えよ。

- (1) $n = 6$ のときの確率 $P_6(k)$ ($k = 1, 2, 3, 4, 5$) をそれぞれ求めよ。
- (2) 石が移動した先の点に印をつける（点 1 には初めから印がついているものとする）。試行を 6 回繰り返した後に、5 つの点全てに印がついている確率を求めよ。
- (3) $n \geq 1$ のとき、 $P_n(3)$ を求めよ。

3 次の問に答えよ。

- (1) $\left(\sqrt{9+2\sqrt{17}} + \sqrt{9-2\sqrt{17}}\right)^2$ を計算し、2 重根号を用いない形で表せ。
- (2) $\alpha = \sqrt{13} + \sqrt{9+2\sqrt{17}} + \sqrt{9-2\sqrt{17}}$ とするとき、整数係数の 4 次多項式 $f(x)$ で $f(\alpha) = 0$ となるもののうち、 x^4 の係数が 1 であるものを求めよ。
- (3) 8 つの実数 $\pm\sqrt{13} \pm \sqrt{9+2\sqrt{17}} \pm \sqrt{9-2\sqrt{17}}$ （複合士はすべての可能性にわたる）の中で、(2) で求めた $f(x)$ に対して方程式 $f(x) = 0$ の解となるものをすべて求めよ。