

問 題 紙

1

曲線 $y = x^2$ 上に 2 点 $A(-1, 1)$ 、 $B(b, b^2)$ をとる。ただし $b > -1$ とする。

このとき、次の条件を満たす b の範囲を求めよ。

条件： $y = x^2$ 上の点 $T(t, t^2)$ ($-1 < t < b$) で、 $\angle ATB$ が直角になるものが存在する。

2

n を正の整数とし、 k を $1 \leq k \leq 4n+2$ を満たす整数とする。 $n+2$ 枚のカードがあり、そのうちの 1 枚には数字 0 が、他の 1 枚には数字 2 が、残りの n 枚には数字 1 が書かれている。この $n+2$ 枚のカードのうちから無作為に k 枚のカードを取り出すとする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 取り出した k 枚のカードに書かれているすべての数字の積が 1 以上になる確率を求めよ。
- (2) 取り出した k 枚のカードに書かれているすべての数字の積が 2 となる確率 $Q_n(k)$ を求めよ。
- (3) 与えられた n に対して、確率 $Q_n(k)$ が最大となる k の値と、その最大値を求めよ。

3

正の整数 n に対して，その（1 と自分自身も含めた）すべての正の約数の和を $s(n)$ と書くことにする。このとき，次の問に答えよ。

- (1) k を正の整数， p を 3 以上の素数とすると， $s(2^k p)$ を求めよ。
- (2) $s(2016)$ を求めよ。
- (3) 2016 の正の約数 n で， $s(n) = 2016$ となるものをすべて求めよ。