$\boxed{\mathbf{1}}$ 曲線 $C: y = x^3 - kx$ (k は実数) を考える。C 上に点 $A(a, a^3 - ka)$ ($a \neq 0$) をとる。次の問いに答えよ。

(1) 点 A における C の接線を ℓ_1 とする。ℓ_1 と C の A 以外の交点を B とする。B の x 座標を求めよ。

(2) 点 B における C の接線を ℓ_2 とする。ℓ_1 と ℓ_2 が直交するとき，a と k がみたす条件を求めよ。

(3) ℓ_1 と ℓ_2 が直交する a が存在するような k の値の範囲を求めよ。

(配点率 35 %)

$\boxed{\mathbf{2}}$ 平面上の三角形 OAB を考え，

$$\vec{a}=\overrightarrow{OA},\quad \vec{b}=\overrightarrow{OB},\quad t=\frac{|\vec{a}|}{2|\vec{b}|}$$

とおく．辺 OA を 1:2 に内分する点を C とし，$\overrightarrow{OD}=t\vec{b}$ となる点を D とする．

$\overrightarrow{AD}$ と $\overrightarrow{OB}$ が直交し，$\overrightarrow{BC}$ と $\overrightarrow{OA}$ が直交するとき，次の問いに答えよ．

(1) $\angle AOB$ を求めよ．

(2) t の値を求めよ．

(3) AD と BC の交点を P とするとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a},\vec{b}$ を用いて表せ．

(配点率 35 %)

3 　次のような、いびつなさいころを考える。1,2,3 の目が出る確率はそれぞれ $\dfrac{1}{6}$，4 の目が出る確率は a，5,6 の目が出る確率はそれぞれ $\dfrac{1}{4}-\dfrac{a}{2}$ である。ただし，$0 \leq a \leq \dfrac{1}{2}$ とする。

このさいころを振ったとき，平面上の (x, y) にある点 P は，1,2,3 のいずれかの目が出ると $(x+1, y)$ に，4 の目が出ると $(x, y+1)$ に，5,6 のいずれかの目が出ると $(x-1, y-1)$ に移動する。

原点 $(0, 0)$ にあった点 P が，k 回さいころを振ったときに $(2, 1)$ にある確率を p_k とする。

(1) p_1, p_2, p_3 を求めよ。

(2) p_6 を求めよ。

(3) p_6 が最大になるときの a の値を求めよ。

(配点率 30 %)