$\boxed{\mathbf{1}}$ 0 から 9 までの相異なる整数が 1 つずつ書かれた 10 個の球が、袋の中に入っている。この袋から球を無作為に 1 個取り出してはもとにもどす操作を 3 回くり返したとき、取り出した球に書かれている数を順に a_1, a_2, a_3 とする。また $b_1 = 10 + a_1$, $b_2 = 20 + a_2$, $b_3 = 30 + a_3$ とおき、b_1 , b_2 , b_3 , $b_1 + b_2 + b_3$ の 1 の位を四捨五入してえられる数をそれぞれ c_1, c_2, c_3, c_4 とする。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) $b_1 + b_2 + b_3 = 70$ となる確率を求めよ。

(2) $c_4 = 90$ となる確率を求めよ。

(3) $c_1 = 20$ かつ $c_1 + c_2 + c_3 > c_4$ となる確率を求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ a, h を正の実数とし、xyz 空間の 5 点 $A(a,a,0)$, $B(-a,a,0)$, $C(-a,-a,0)$, $D(a,-a,0)$, $E(0,0,h)$ を頂点とする四角錐を P とする。P の yz 平面による断面の周の長さが 1 であるとき、以下の各問いに答えよ。

(1) h を a の式で表せ。また、a が取り得る値の範囲を求めよ。

(2) 球 S は P のすべての面に接しているとする。a が (1) で求めた範囲を動くとき、S の体積が最大となる a の値を求めよ。

(3) 直方体 Q は 1 つの面が xy 平面上にあり、すべての頂点が P の辺上または面上にあるとする。a を固定したとき、Q の体積が取り得る値の最大値を $V(a)$ とおく。a が (1) で求めた範囲を動くとき、$V(a)$ の最大値を求めよ。

3 a, b を正の実数とし、曲線 $C : y = b\sqrt{1+\dfrac{x^2}{a^2}}$ を考える。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) u を実数とし、C 上の点 $(u\,,\,b\sqrt{1+\dfrac{u^2}{a^2}})$ における接線の方程式を、a, b, u を用いて表せ。

(2) C 上の異なる 2 点における接線の交点の全体からなる領域を図示せよ。

(3) (2) の領域にある点 (p, q) について、点 (p, q) を通る C の接線の接点をすべて通る直線の方程式を、a, b, p, q を用いて表せ。