$\boxed{1}$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

とし，p, q を実数とする。

(1)
$$(aE + bK)^2 = pE + qK$$

となる実数 a, b が存在するためには，p, q がどんな条件を満たすことが必要十分であるか。

(2) p, q が $p^2 + q^2 = 2$ を満たし，さらに

$$(aE + bK)^2 = pE + qK$$

$$(cE + dK)^2 = qE - pK$$

となる実数 a, b, c, d が存在するとする。このとき，p, q の値を求めよ。

$\boxed{2}$ α, β は $|\alpha + \beta| < 2$ を満たす複素数とする。このとき関数

$$f(x) = \frac{1}{4}|\alpha + \beta|^2 x^2 - (|\alpha| + |\beta|)x + 1 \quad 0 \leqq x \leqq 1$$

における最小値を求めよ。

$\boxed{3}$ 実数 a, b, c, d が $ad - bc \neq 0$ を満たすとき，関数 $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ について，次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ。

(2) $f^{-1}(x) = f(x)$ を満たし，$f(x) \neq x$ となる a, b, c, d の関係式を求めよ。

(3) $f^{-1}(x) = f(f(x))$ を満たし，$f(x) \neq x$ となる a, b, c, d の関係式を求めよ。

$\boxed{4}$ 数直線上を，原点 O から出発して動く点 A があるとする。一つのさいころを振り，

その出た目が 1 のとき点 A を右に 1 動かし，出た目が 2，3 のときは右に 2 動かすものとする。また出た目が 4 のときに左に 1 動かし，出た目が 5，6 のときは左に 2 動かすものとする。このとき，さいころを 5 回振った後に点 A が原点にある確率を求めよ。

$\boxed{5}$　$0 < \mathrm{t} < 1$ として，頂点が $O(0,0)$，$A(t,0)$，$B(0,1)$ である三角形と，頂点が O，$P(1-t,0)$，$Q(1-t,1-t)$，$R(0,1-t)$ である正方形の共通部分の面積を S とするとき，S を t の式で表せ。また，S を最大にする t の値を求めよ。

$\boxed{6}$　数列 $\{\alpha_n\}$ を初項 $\dfrac{4}{5}$，公比 2 の等比数列，数列 $\{\beta_n\}$ を初項 $\dfrac{1}{5}$，公比 $-\dfrac{1}{2}$ の等比数列とする。

(1) $n = 1, 2, 3, 4, 5$ のとき，α_n の小数部分を求めよ。

(2) $a_n = \alpha_n + \beta_n$ の小数部分 b_n を求めよ。

(3) 数列 $\{b_n\}$ の初項から第 100 項までの和の整数部分を求めよ。