$\boxed{1}$ 平面ベクトルで，$\overrightarrow{b}$ は $|\overrightarrow{a}|^2=1$，$|\overrightarrow{b}|^2=|\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a}|^2=\dfrac{1}{2}$ を満たすとする。

(1) k,l を整数とする。$|k\overrightarrow{a}+l\overrightarrow{b}|^2$ が整数であるための必要十分条件は l が偶数であることを示せ。

(2) $|k\overrightarrow{a}+l\overrightarrow{b}|^2=0$ となる整数の組 (k,l) をすべて求めよ。

(3) 整数の組 (k,l) を条件 $(k,l)\neq(0,0)$ のもとで動かすとき，$|k\overrightarrow{a}+l\overrightarrow{b}|^2$ の最小値を与える (k,l) をすべて求めよ。

$\boxed{2}$ 平面上の 3 つの曲線 C_1,C_2,C_3 を次で定める。

$$C_1:\begin{cases}x=\dfrac{15}{2}t^4\\ y=-3t^5+5t^3\end{cases}\qquad (0\leqq t\leqq\sqrt{\frac{5}{3}})$$

$$C_2:\begin{cases}x=\dfrac{125}{6}\cos^3\left(2\pi\left(-t+\sqrt{\dfrac{5}{3}}\right)\right)\\ y=\dfrac{125}{6}\sin^3\left(2\pi\left(-t+\sqrt{\dfrac{5}{3}}\right)\right)\end{cases}\qquad (\sqrt{\frac{5}{3}}\leqq t\leqq\sqrt{\frac{5}{3}}+\frac{1}{4})$$

$$C_3:\begin{cases}x=0\\ y=\dfrac{125(t-2)}{6\left(\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)}\end{cases}\qquad (\sqrt{\frac{5}{3}}+\frac{1}{4}\leqq t\leqq 2)$$

(1) C_1 と x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。

(2) 原点 O を出発し，C_1,C_2,C_3 を順にたどって O に戻る行程の道のりを求めよ。

$\boxed{3}$ n を自然数とする。$n+1$ 項の等差数列 $x_0, x_1, \cdots, x_n$ と等比数列 $y_0, y_1, \cdots, y_n$ が

$$1 = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_n = 2 \quad 1 < y_0 < y_1 < y_2 < \cdots < y_n = 2$$

を満たすとし，$P(n), Q(n), R(n), S(n)$ を次で定める。

$$P(n) = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}, \quad Q(n) = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$$

$$R(n) = \frac{y_1 + y_2 + \cdots + y_n}{n}, \quad S(n) = \sqrt[n]{y_1 y_2 \cdots y_n}$$

このとき極限値 $\lim_{n\to\infty} P(n)$, $\lim_{n\to\infty} Q(n)$, $\lim_{n\to\infty} R(n)$, $\lim_{n\to\infty} S(n)$ をそれぞれ求めよ。

$\boxed{4}$ 手作りのサイコロがあり，1 から 6 のそれぞれの目の出る確率 p_1、p_2、p_3、p_4、p_5、p_6 で表す．ここで

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1, \quad p_1 = p_6, \quad p_2 = p_5, \quad p_3 = p_4$$

がなりたつとする．このサイコロを 3 回振ったとき出た目の総和が n である確率を $Q(n)$ で表す.

(1) $Q(5)$ を p_1、p_2 で表せ.

(2) $p_3 = \frac{1}{6}$ で p_1 と p_2 は不明であるとする．$Q(7)$ が取り得る最大の値は何か．また，そのときの p_1、p_2 を求めよ.

$\boxed{5}$ z を絶対値が 1 の複素数とする．このとき以下の問いに答えよ．

(1) $z^3 - z$ の実部が 0 となるような z をすべて求めよ．

(2) $z^5 + z$ の絶対値が 1 となるような z をすべて求めよ．

(3) n を自然数とする．$z^n + 1$ の絶対値が 1 となるような z をすべてかけ合わせて得られる複素数を求めよ．

$\boxed{6}$ 2 次正方行列 A, B を次で定める。

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

(1) 積 AA, BB, AB, BA を計算せよ。

(2) 集合 $\{A, B\}$ から重複を許していくつか取り出し、いろいろな順番に並べて積を計算する。このようにして得られる行列をすべて求めよ。