

1

n を 2 以上の自然数とし、整式 x^n を $x^2 - 6x - 12$ で割った余りを $a_n x + b_n$ とする。

- (1) a_2, b_2 を求めよ。
- (2) a_{n+1}, b_{n+1} を a_n と b_n を用いて表せ。
- (3) 各 n に対して、 a_n と b_n の公約数で素数となるものをすべて求めよ。

2

$\angle C$ を直角とする直角三角形 ABC に対して、 $\angle A$ の二等分線と線分 BC の交点を D とする。また、線分 AD, DC, CA の長さはそれぞれ 5, 3, 4 とする。 $\angle A = \theta$ とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\sin \theta$ を求めよ。
- (2) $\theta < \frac{5}{12}\pi$ を示せ。ただし、 $\sqrt{2} = 1.414\dots, \sqrt{3} = 1.732\dots$ を用いてもよい。

3 平面の 3 点 $A(0,0), B(2,0), C(1,\sqrt{3})$ を頂点とする $\triangle ABC$ に対して以下の問いに答えよ.

- (1) $0 \leq a \leq \sqrt{3}$ を満たす定数 a に対して, 点 $P(x, a)$ が $\triangle ABC$ に含まれるための x の範囲を求めよ.
- (2) (1) の定数 a に対して, (1) で求められた範囲を x が動くとき, $AP^2 + BP^2 + CP^2$ の最小値と, そのときの x の値を求めよ.
- (3) 点 $P(x, y)$ が $\triangle ABC$ に含まれるとき, $AP^2 + BP^2 + CP^2$ の最小値と, そのときの点 P の座標 (x, y) を求めよ.

4 関数 $f(x)$ が, $f(x) = x^2 - x \int_0^2 |f(t)| dt$ を満たしているとする. このとき, $f(x)$ を求めよ.