$\boxed{1}$ a を実数とし，$f(x) = x^3 + (2a-4)x^2 + (a^2-4a+4)x$ とおく．方程式 $f(x) = 0$ が 2 つの異なる実数解をもつとき，以下の問いに答えよ．

(1) a の値の範囲を求めよ．

(2) 関数 $y = f(x)$ の極値を求めよ．

(3) a を (1) で求めた範囲を動くとき，$y = f(x)$ の極大値を与える x について，点 $(x, f(x))$ が xy 平面上に描く図形を図示せよ．

$\boxed{2}$ a, b, c, d, e を実数とする．多項式 $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ が次の条件 (i), (ii), (iii) をすべて満たすとき，a, b, c, d, e の値を求めよ．

$$(i) \quad x^4 f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$$

$$(ii) \quad f(1-x) = f(x)$$

$$(iii) \quad f(1) = 1$$

$\boxed{3}$ 平面上の $\triangle OA_1A_2$ は $\angle OA_2A_1 = 90^\circ$, $OA_1 = 1$, $OA_2 = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ を満たすとする。A_2 から OA_1 へ垂線を下ろし，交点を A_3 とする。A_3 から OA_2 へ垂線を下ろし，交点を A_4 とする。以下同様に，$k = 4, 5, \cdots$ について，A_k から OA_{k-1} へ垂線を下ろし，交点を A_{k+1} として，順番に $A_5, A_6, \cdots$ を定める。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) A_kA_{k+1} $(k = 1, 2, \cdots)$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{h_k} = \overrightarrow{A_kA_{k+1}}$ とおくとき，自然数 n に対して $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \overrightarrow{h_k} \cdot \overrightarrow{h_{k+1}}$ を求めよ。ただし，$\overrightarrow{h_k} \cdot \overrightarrow{h_{k+1}}$ は $\overrightarrow{h_k}$ と $\overrightarrow{h_{k+1}}$ の内積を表す。

$\boxed{4}$ 点 P が次のルール (i), (ii) に従って数直線上を移動するものとする。

(i) 1, 2, 3, 4, 5, 6 の目が同じ割合で出るサイコロを振り，出た目の数を k とする．P の座標 a について，$a > 0$ ならば座標 $a - k$ の点へ移動し，$a < 0$ ならば座標 $a + k$ の点へ移動する．

(ii) 原点に移動したら終了し，そうでなければ (i) を繰り返す．

このとき，以下の問いに答えよ．

(1) P の座標が 1, 2, $\cdots$, 6 のいずれかであるとき，ちょうど 2 回サイコロを振って原点で終了する確率を求めよ．

(2) P の座標が 1, 2, $\cdots$, 6 のいずれかであるとき，ちょうど 3 回サイコロを振って原点で終了する確率を求めよ．

(3) P の座標が 7 であるとき，ちょうど n 回サイコロを振って原点で終了する確率を求めよ．