

1

曲線 $C: y = x^2$ 上の点 $P(a, a^2)$ における接線を l_1 、点 $Q(b, b^2)$ における接線を l_2 とする。ただし、 $a < b$ とする。 l_1 と l_2 の交点を R とし、線分 PR 、線分 QR および曲線 C で囲まれる図形の面積を S とする。

- (1) R の座標を a と b を用いて表せ。
- (2) S を a と b を用いて表せ。
- (3) l_1 と l_2 が垂直であるときの S の最小値を求めよ。

2

1, 2, 3, 4, 5 のそれぞれの数字が書かれた玉が 2 個ずつ、合計 10 個ある。

- (1) 10 個の玉を袋に入れ、よくかき混ぜて 2 個の玉を取り出す。書かれている 2 つの数字の積が 10 となる確率を求めよ。
- (2) 10 個の玉を袋に入れ、よくかき混ぜて 4 個の玉を取り出す。書かれている 4 つの数字の積が 100 となる確率を求めよ。
- (3) 10 個の玉を袋に入れ、よくかき混ぜて 6 個の玉を順に取り出す。1 個目から 3 個目の玉に書かれている 3 つの数字の積と、4 個目から 6 個目の玉に書かれている 3 つの数字の積が等しい確率を求めよ。

3 t を正の実数とする。三角形 OAB の辺 OA を $2:1$ に内分する点を M 、辺 OB を $t:1$ に内分する点を N とする。線分 AN と線分 BM の交点を P とする。

- (1) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ および t を用いて表せ。
- (2) 直線 OP は線分 BM と直交し、かつ $\angle AOB$ の二等分線であるとする。
このとき、辺 OA と辺 OB の長さの比と t の値を求めよ。

4 実数 x, y に対して

$$A = 2 \sin x + \sin y, \quad B = 2 \cos x + \cos y$$

とおく。

- (1) $\cos(x - y)$ を A, B を用いて表せ。
- (2) x, y が $A = 1$ を満たしながら変化するとき、 B の最大値と最小値、およびそのときの $\sin x$ 、 $\cos x$ の値を求めよ。