$\boxed{1}$ a, b, c を実数とし，a は 0 でないとする。xy 平面上の直線 $y = ax$ と放物線 $y = x^2 + a$ が相異なる 2 点 $P(b, ab), Q(c, ac)$ で交わっているとする。$c = b^2, b < 0$ のとき，a と b を求めよ。

$\boxed{2}$ a を 1 ではない正の実数，n を正の整数とする。次の不等式を考える。

$$\log_a(x - n) > \frac{1}{2}\log_a(2n - x)$$

(1) $n = 6$ のとき，この不等式を満たす整数 x をすべて求めよ。

(2) この不等式を満たす整数 x が存在するための n についての必要十分条件を求めよ。

$\boxed{3}$ 数列 $\{a_n\}$ を次の漸化式によって定める。

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 3, \quad a_{n+2}a_n = 2a_{n+1}^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) すべての正の整数 n について，a_n は正であることを示せ。

(2) 一般項 a_n を求めよ。

$\boxed{4}$ n を 2 以上の整数とする。金貨と銀貨を含む n 枚の硬貨を同時に投げ，裏が出た金貨は取り去り，取り去った金貨と同じ枚数の銀貨を加えるという試行の繰り返しを考える。初めは n 枚すべてが金貨であり，n 枚すべてが銀貨になった後も試行を繰り返す。k 回目の試行の直後に，n 枚の硬貨のなかに金貨が j 枚だけ残る確率を $P_k(j)$ $(0 \leqq j \leqq n)$ で表す。

(1) $P_1(j)$ を求めよ。

(2) $P_k(j)$ $(k \geqq 2)$ を求めよ。

(3) $n = 3$ とする。2 回目の試行の直後では金貨が少なくとも 1 枚残るが，3 回目の試行の直後には 3 枚すべてが銀貨になる確率を求めよ。