

1

a, b を実数とする。曲線 $y = ax^2 + bx + 1$ が x 軸の正の部分と共有点をもたないような点 (a, b) の領域を図示せよ。

2

正八角形 $A_1A_2\cdots A_8$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) 3 個の頂点を結んでできる三角形のうち、直角三角形であるものの個数を求めよ。
- (2) 3 個の頂点を結んでできる三角形のうち、直角三角形でも二等辺三角形でもないものの個数を求めよ。
- (3) 4 個の頂点を結んでできる四角形のうち、次の条件 (*) を満たすものの個数を求めよ。

(*) 四角形の 4 個の頂点から 3 点を選んで直角三角形を作れる。

3

平面において、2つの点 O, A の間の距離が1であるとし、点 O と点 A を中心とする2つの円をそれぞれ C_1, C_2 とする。 C_1 と C_2 は2点 P, Q において交わり、 $\angle OPA = \frac{\pi}{3}$ であるとし、 C_2 の半径 r は $r < 1$ を満たすとする。以下の問いに答えよ。

- (1) C_1 の半径を求めよ。
- (2) $r = \frac{\sqrt{3}}{3}$ のとき、 $\angle PAO$ の大きさを求めよ。
- (3) $r = \frac{\sqrt{3}}{3}$ のとき、円 C_1 の内部と円 C_2 の内部との共通部分の面積を求めよ。

4

以下の問いに答えよ。

- (1) 3次関数 $y = x^3 + x^2$ のグラフと2次関数 $y = x^2 + 4x + 16$ のグラフの共通接線（どちらのグラフにも接する直線）は2本ある。それらの方程式を求めよ。
- (2) (1) で求めた2本の共通接線と2次関数 $y = x^2 + 4x + 16$ のグラフで囲まれた部分の面積を求めよ。