$\boxed{1}$ 赤玉 4 個と白玉 5 個の入った，中の見えない袋がある。玉はすべて，色が区別できる他には違いはないものとする。A, B の 2 人が，A から交互に，袋から玉を 1 個ずつ取り出すゲームを行う。ただし取り出した玉は袋の中に戻さない。A が赤玉を取り出したら A の勝ちとし，その時点でゲームを終了する。B が白玉を取り出したら B の勝ちとし，その時点でゲームを終了する。袋から玉がなくなったら引き分けとし，ゲームを終了する。

(1) このゲームが引き分けとなる確率を求めよ。

(2) このゲームに A が勝つ確率を求めよ。

$\boxed{2}$ 関数 $f(x) = \sin 3x + \sin x$ について，以下の問いに答えよ。

(1) $f(x) = 0$ を満たす正の実数 x のうち，最小のものを求めよ。

(2) 正の整数 m に対して，$f(x) = 0$ を満たす正の実数 x のうち，m 以下のものの個数を $p(m)$ とする。極限値

$$\lim_{m \to \infty} \frac{p(m)}{m}$$

を求めよ。

$\boxed{3}$ s を実数とし，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = s, \quad (n+2)a_{n+1} = na_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定める。以下の問いに答えよ。

(1) a_n を n と s を用いて表せ。

(2) ある正の整数 m に対して $\displaystyle\sum_{n=1}^{m} a_n = 0$ が成り立つとする。s を m を用いて表せ。

$\boxed{4}$ 実数 $a = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ に対して，整式 $f(x) = x^2 - ax + 1$ を考える。

(1) 整式 $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ は $f(x)$ で割り切れることを示せ。

(2) 方程式 $f(x) = 0$ の虚数解であって虚部が正のものを α とする。α を極形式で表せ。ただし，$r^5 = 1$ を満たす実数 r が $r = 1$ のみであることは，認めて使用してよい。

(3) 設問 (2) の虚数 α に対して，$\alpha^{2023} + \alpha^{-2023}$ の値を求めよ。

$\boxed{5}$ 四面体 OABC において，$\vec{a}=\overrightarrow{OA}, \vec{b}=\overrightarrow{OB}, \vec{c}=\overrightarrow{OC}$ とおき，次が成り立つとする。

$$\angle AOB = 60^\circ, |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, |\vec{c}| = \sqrt{6}, \vec{b}\cdot\vec{c} = 3$$

ただし $\vec{b}\cdot\vec{c}$ は，2 つのベクトル $\vec{b}$ と $\vec{c}$ の内積を表す。さらに，線分 OC と線分 AB は垂直であるとする。点 C から 3 点 O, A, B を含む平面に下ろした垂線を CH とし，点 O から 3 点 A, B, C を含む平面に下ろした垂線を OK とする。

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ と $\vec{c}\cdot\vec{a}$ を求めよ。

(2) ベクトル $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(3) ベクトル $\vec{c}$ とベクトル $\overrightarrow{HK}$ は平行であることを示せ。

$\boxed{6}$ 関数 $f(x) = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{4}{6x+1}$ について，以下の問いに答えよ。

(1) 曲線 $y = f(x)$ の接線で，傾きが 1 であり，かつ接点の x 座標が正であるものの方程式を求めよ。

(2) 座標平面上の 2 点 $P(x, f(x)), Q(x+1, f(x)+1)$ を考える。x が $0 \leqq x \leqq 2$ の範囲を動くとき，線分 PQ が通過してできる図形 S の概形を描け。また S の面積を求めよ。