

## 第 1 問

座標平面上に放物線  $C$  を

$$y = x^2 - 3x + 4$$

で定め、領域  $D$  を

$$y \geq x^2 - 3x + 4$$

で定める。原点をとる 2 直線  $l, m$  は  $C$  に接するものとする。

(1) 放物線  $C$  上を動く点  $A$  と直線  $l, m$  の距離をそれぞれ  $L, M$  とする。  
 $\sqrt{L} + \sqrt{M}$  が最小値をとるときの点  $A$  の座標を求めよ。

(2) 次の条件をみたす点  $P(p, q)$  の動きうる範囲を求め、座標平面上に図示せよ。

条件：領域  $D$  のすべての点  $(x, y)$  に対し不等式  $px + qy \leq 0$  がなりたつ。

## 第 2 問

数列  $a_1, a_2, \dots$  を

$$a_n = \frac{2nC_n}{n!} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定める。

- (1)  $a_7$  と 1 の大小を調べよ。
- (2)  $n \geq 2$  とする。  $\frac{a_n}{a_{n-1}} < 1$  をみたす  $n$  の範囲を求めよ。
- (3)  $a_n$  が整数となる  $n \geq 1$  をすべて求めよ。

### 第 3 問

$a > 0$  とし、

$$f(x) = x^3 - 3a^2x$$

とおく。

- (1)  $x \geq 1$  で  $f(x)$  が単調に増加するための、 $a$  についての条件を求めよ。
- (2) 次の 2 条件をみたす点  $(a, b)$  の動きうる範囲を求め、座標平面上に図示せよ。

条件 1 : 方程式  $f(x) = b$  は相異なる 3 実数解をもつ。

条件 2 : さらに、方程式  $f(x) = b$  の解を  $\alpha < \beta < \gamma$  とすると  $\beta > 1$  である。

## 第 4 問

放物線  $y = x^2$  のうち  $-1 \leq x \leq 1$  をみたす部分を  $C$  とする。座標平面上の原点  $O$  と点  $A(1, 0)$  を考える。

- (1) 点  $P$  が  $C$  上を動くとき、

$$\overrightarrow{OQ} = 2\overrightarrow{OP}$$

をみたす点  $Q$  の軌跡を求めよ。

- (2) 点  $P$  が  $C$  上を動き、点  $R$  が線分  $OA$  上を動くとき、

$$\overrightarrow{OS} = 2\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OR}$$

をみたす点  $S$  が動く領域を座標平面上に図示し、その面積を求めよ。